

Übung 11

-

Schätzverfahren

Aktuelle Version: 30. August 2022

Hinweise:

- Übungen sind mit Vorteil alleine zu lösen.
- Benutzen Sie die Musterlösungen nur zur Korrektur.
- Die Übungen sind wichtige Vorbereitungen für die Prüfung. Lösen sie die Übungen sorgfältig und stellen Sie die Lösungswege übersichtlich dar.
- (Ergänzte) Vorlesungsunterlagen und Fachbücher helfen beim Lösen von Übungen und bringen gleichzeitig eine erweiterte Ansicht auf die Problemstellung.
- Wenn Sie die Übungen nicht verstehen, fragen Sie!

Übung 1. *Fragen*

1. Was sind Schätzverfahren?
2. Welche zwei Arten von Schätzungen gibt es?
3. Wie hängen Schätzwerte für die Population mit den entsprechenden Parametern der Stichprobe zusammen?
4. Was versteht man unter Erwartungstreue?

Übung 2. *Konfidenzintervalle von Mittelwerten*

Die Molkerei Alpmilch liefert an eine Lebensmittelkette werktäglich 40'000 Flaschen Milch mit einer Soll-Füllmenge von je 1000 ml. Der letzten Lieferung wurden 25 Flaschen entnommen; in dieser Stichprobe betrug die durchschnittliche Füllmenge 1000.55 ml. Aufgrund zahlreicher Kontrollen weiss man, dass die Ist-Füllmenge normalverteilt ist, mit einer Streuung von $\sigma = 1.2ml$.

1. Konfidenzintervalle

- (a) Erstellen Sie das zentrale 95%-Konfidenzintervall für die durchschnittliche Füllmenge der 40.000 Flaschen.
- (b) Erstellen Sie das zentrale 99%-Konfidenzintervall für μ .
- (c) Erstellen Sie das zentrale 95% -Konfidenzintervall für μ , für den Fall, dass der Stichprobenumfang 36 Flaschen umfasst.
- (d) Erstellen Sie das nach unten begrenzte 95%-Konfidenzintervall für μ .

2. Konfidenz

- (a) Ermitteln Sie die Konfidenz für das mit 1000 ml nach unten begrenzte Intervall für μ .
- (b) Ermitteln Sie die Konfidenz für das mit 1000 ml nach oben begrenzte Intervall für μ .
- (c) Ermitteln Sie die Konfidenz für das mit 1000 ml nach unten begrenzte Intervall für μ , für den Fall, dass die durchschnittliche Füllmenge in der Stichprobe nur 999.88 ml betragen hat!

3. Stichprobengrösse

- (a) Wie viele Flaschen Milch müssen der Lieferung entnommen und geprüft werden, wenn das zentrale 95%-Konfidenzintervall für μ eine Genauigkeit von $e = \bar{x} - \mu = 0.25ml$ aufweisen soll?
- (b) Wie viele, wenn Sie mit einer Wahrscheinlichkeit von 99.5% und einer Genauigkeit von $e = \bar{x} - \mu = 0.25ml$ sicher sein möchte, dass die Sollfüllmenge in der Grundgesamtheit nicht unterschritten wird?

Übung 3. *Konfidenzintervalle von Varianzen*

Auf einer Anlage wird Zucker in Tüten abgefüllt. Das Soll-Füllgewicht beträgt 1000g. Aufgrund zahlreicher Messreihen ist bekannt, dass die Füllmenge der Tüten normalverteilt ist. Um die Anlage so einstellen zu können, dass höchstens 3% der Tüten das Soll-Füllgewicht unterschreiten, muss die Ungenauigkeit der Anlage in Form der Varianz bekannt sein.

Aus der Tagesproduktion von 90.000 Zuckertüten wurden 25 Tüten zufällig entnommen und gewogen. Die Varianz s^2 in dieser Stichprobe betrug $0.6g^2$.

1. Ermitteln Sie das zweiseitige 95%-Konfidenzintervall für die Varianz.
2. Ermitteln Sie das nach oben begrenzte 95%-Konfidenzintervall für die Varianz.
3. Ermitteln Sie das nach oben begrenzte 99%-Konfidenzintervall für die Varianz.

Zusatzaufgaben

Übung 4. *Konfidenzintervalle*

In dem Produktionsvorgang von Schrauben werden zur Qualitätssicherung regelmässig 10 Schrauben entnommen und überprüft. In einer konkreten Entnahme werden die folgenden Grössen gemessen:

- Die Länge der Schraube ergab im Mittel $\bar{x} = 120.6mm$.
- Für die Stichprobe wurde die folgende Varianz ermittelt:

$$s_s^2 = \frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})^2 = (5.44mm)^2$$

1. Wie gross schätzen Sie die Varianz der Population?
2. Wie gross ist die Standardabweichung zu 90% respektive 99%?
3. Wie gross schätzen Sie den Mittelwert?
4. Wie gross ist der Mittelwert zu 90% respektive 99%?

Übung 5. *Stichprobengrösse bei Anteilswerten*

Sie möchten den Anteil der über 40-Jährigen in der Bevölkerung ermitteln. Wie gross wählen Sie ihre Stichprobe, wenn Sie den Anteil auf $e = \pm 0.1\%$ genau mit 95% Konfidenz bestimmen wollen?

Übung 6. *Konfidenzintervalle von Mittelwerten*

Es seien die Ergebnisse bei Prüfungen an einer Hochschule normalverteilt mit einer Standardabweichung von $\sigma = 1.5$ und einem Durchschnitt von $\mu = 4.5$ Notenpunkten. In der letzten Prüfungssession fanden $n = 30$ Prüfungen statt. Der Durchschnitt lag bei $\bar{x} = 4.3$ Notenpunkten.

1. Ermitteln Sie die Konfidenz für das mit $\bar{x} = 4.3$ nach oben begrenzte Intervall für μ . Was schliessen Sie daraus?
2. Was würde sich bei einem unterschiedlichen Sessionsdurchschnitt \bar{x} ändern?
3. Was würde sich bei einer unterschiedlichen Anzahl Prüfungen n ändern?