

› Auslegung von Kunststoffbauteilen

Schubeinfluss auf die Kräfte am Schnapphaken

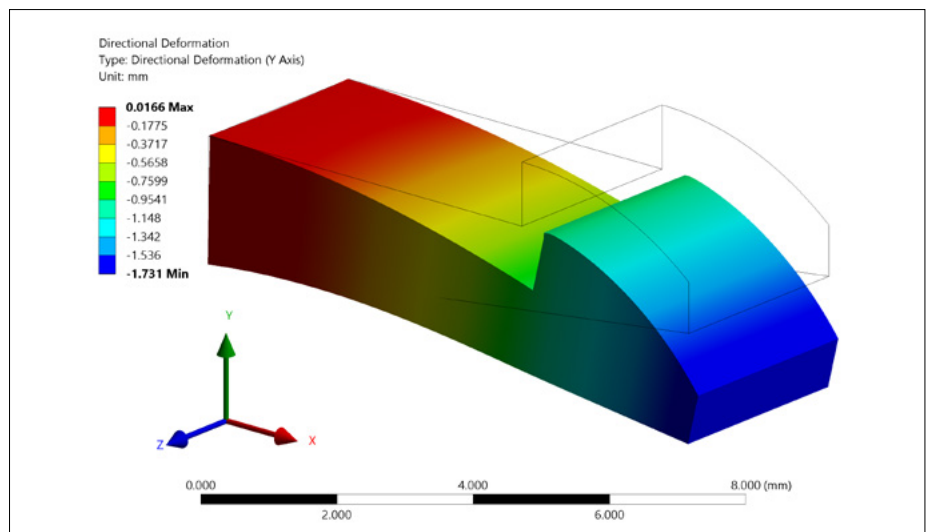
Mit dem Einbezug der Schubverformung in die rechnerische Auslegung von Schnapphaken ergeben sich wirklichkeitsnähere Ergebnisse als mit den herkömmlichen Berechnungsformeln, die auf der Biegebeanspruchung allein basieren. Die Kräfte für das Fügen und das Lösen der Schnappverbindung sind in Wirklichkeit geringer als bei Vernachlässigung des Schubeinflusses. Dieser Unterschied zeigt sich vor allem bei Bauformen mit vergleichsweise kurzem Schnapparm.

› Johannes Kunz¹

Die Wirkkräfte am Schnapphaken ergeben sich dadurch, dass beim Fügen und beim Lösen der form- oder kraftformschlüssigen Verbindung (Abb. 1) durch elastische Verformung des Schnapparms ein Federweg f überwunden werden muss. Dieser entspricht gewöhnlich in etwa dem Hinterschnitt des Hakens. Die Füge- und die Halte- bzw. Lösekraft sind direkt proportional zur Kraft F , die zum Auslenken des Hakens um den Federweg f erforderlich ist [1, 2]. Diese Querkraft F bewirkt im Schnapparm ein Biegemoment und damit eine Durchbiegung y_b , aber auch eine Durchsenkung y_s infolge Schubes, welche sich zum Federweg f überlagern.

Der Schubeinfluss wird in der Fachliteratur und in den gängigen Berechnungstools für Schnapphaken in aller Regel nicht beachtet [z. B. 3–5]. Es wird offenbar davon ausgegangen, dass er bei der gegebenen Schnapphakengeometrie vernachlässigt werden könne. Tatsächlich hängt der Schubeinfluss von den Proportionen des Schnapparms ab, unter denen das Verhältnis von Höhe h seines Querschnitts zu seiner wirksamen Länge l von massgebender Bedeutung ist. Es erscheint sinnvoll, diese Zusammenhänge näher zu betrachten und die sich aufräugenden Schlüsse zu ziehen. Grundsätzlich gilt: Je gedrungener der Schnapparm gestaltet ist, umso grösser ist der Schubeinfluss auf die Verformung, und dessen Vernachlässigung

¹ Prof. Dipl.-Ing. Johannes Kunz, Institutspartner, IWK Institut für Werkstofftechnik und Kunststoffverarbeitung Rapperswil an der OST Ostschweizer Fachhochschule



Biegung und Schub bestimmen gemeinsam die Verformung und die Kräfte am Schnapphaken. (Bilder: IWK)

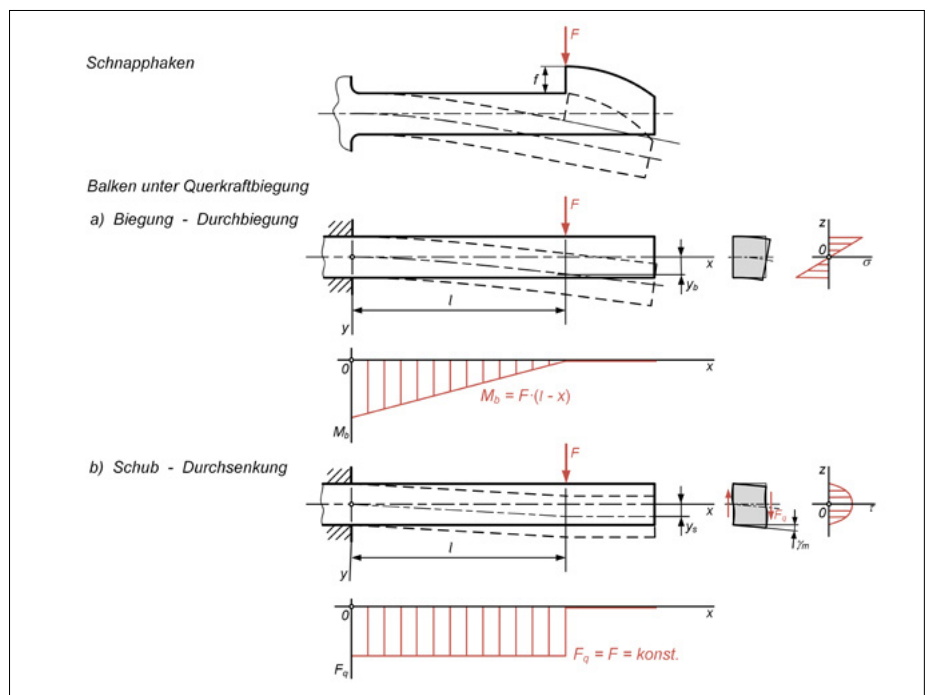


Abb. 1: Biege- und Schubbeanspruchung eines Schnapphakens unter der Auslenkung beim Fügen bzw. Lösen.

führt zu einer Überschätzung der Schnapp-
hakenkräfte. Im Vordergrund der Betrachtungen stehen Schnapphaken, deren Querschnitte im Sinn der beanspruchungsgerechten Gestaltung von der Anbindung zum Haken hin abnehmen.

Biegetheoretische Überlegungen

Für prismatiche Balken beschreibt die klassische, linear-elastische Biegelehre [6] die Beziehung zwischen der Auslenkkraft und der Verformung durch die Gleichung

$$f = y_b + y_s = \frac{F \cdot l^3}{3 \cdot E \cdot I} \cdot \left[1 + \kappa \cdot \frac{1 + \mu}{2} \cdot \left(\frac{h}{l} \right)^2 \right] \quad (1)$$

bzw.

$$F = f \cdot \frac{3 \cdot E \cdot I}{l^3} \cdot \frac{1}{1 + \kappa \cdot \frac{1 + \mu}{2} \cdot \left(\frac{h}{l} \right)^2} \quad (2)$$

Darin bedeuten l die wirksame Länge des Schnapparms, E den Kurzzeit-Elastizitätsmodul und μ die Poissonzahl des Kunststoffes, I das achsiale Flächenträgheitsmoment und h die Höhe des Querschnitts. Der Faktor κ ist die sog. Schubverteilungszahl [7]. Sie beschreibt den Einfluss der nichtlinearen Schubspannungsverteilung in Abhängigkeit von der Querschnittsgeometrie auf die Schubverformung. Für Rechteckquerschnitte gilt z.B. $\kappa = 1.2$. Bei anderen für Schnapphaken geeigneten kompakten Querschnitten mit konvexen Konturen mag zumindest als Näherung die Tatsache dienen, dass $1,0 < \kappa \leq 1,2$ recht eng begrenzt ist. Relativ dünnwandige Querschnittsformen mit konkaven Partien wie U- oder T-Profile haben hingegen Schubverteilungszahlen in der Größenordnung $\kappa \approx 2$ oder grösser [8].

Allgemeinere Balkenformen sind nicht prismatic. Üblicherweise werden Balken an Stellen mit höherer Beanspruchung verstärkt. Bei Schnapphaken als einseitig eingespannte Balken ist das Biegemoment an der Einspannstelle A am grössten, weshalb sich als beanspruchungsgerechte Geometrie eine Querschnittsverjüngung zum Haken hin empfiehlt. Für solche Fälle lässt sich (2) zur Beziehung

$$F = f \cdot \frac{E \cdot I_A}{l^3} \cdot \frac{1}{g_b + 2 \cdot \kappa \cdot (1 + \mu) \cdot \left(\frac{l_A}{l} \right)^2 \cdot g_s} \quad (3)$$

verallgemeinern. Die Funktionen g_b und g_s drücken den Verlauf der Querschnittsgeometrie über die Schnapparmlänge l und damit deren Auswirkung auf die Durchbiegung y_b bzw. Durchsenkung y_s aus. Bei konstantem Querschnitt ist z.B. $g_b = 1/3$ und $g_s = 1$. Ferner bedeutet $i_A = \sqrt{I_A/A_A}$ den achsialen Trägheitsradius der Querschnittsfläche A_A , der bei einem Rechteckquerschnitt $i_A = h/(2 \cdot \sqrt{3})$ beträgt, womit (3) wieder zum Ausdruck (2) wird. Der Index A bezeichnet die jeweilige Grösse beim Einspannquerschnitt.

Die Auslenkkraft ohne Schubeinfluss ist dagegen

$$\underline{F} = f \cdot \frac{E \cdot I_A}{g_b \cdot l^3} \quad (4)$$

Der Schubeinfluss lässt sich damit durch das Verhältnis der Auslenkkräfte (4) und (3) bestimmen zu

$$\frac{F}{\underline{F}} = 1 + \frac{y_s}{y_b} \quad (5)$$

Das Verhältnis der beiden Verformungsanteile y_s und y_b in (5) entspricht dem relati-

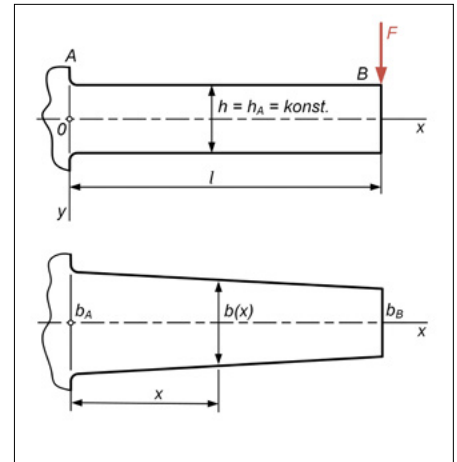


Abb. 3: Balken mit konstanter Höhe und linear abnehmender Breite.

ven Fehler bei Weglassen des Schubeinflusses gemäss

$$\Delta F_{rel} = \frac{|\Delta F|}{F} = \left| \frac{F - \underline{F}}{F} \right| = \frac{F - \underline{F}}{F} = \frac{F}{F} - \frac{\underline{F}}{F} = \frac{F}{F} - 1 = 1 + \frac{y_s}{y_b} - 1 = \frac{y_s}{y_b} \quad (6)$$

Bei diesen Überlegungen wird realistischerweise davon ausgegangen, dass der massive Hakenkopf die Verformungen des Schnapparmes praktisch nicht beeinflusst. Die numerische Abklärung zeigt übrigens, dass sich die Variation der Poissonzahl im üblichen Bereich $0,3 \leq \mu \leq 0,45$ selbst bei unterschiedlichen Proportionen h/l auf die obigen Ergebnisse nur marginal auswirkt (Abb. 2).

Linear verjüngte Querschnittsbreite

Betrachtet man Schnapparme konstanter Höhe $h = h_A = konst.$, deren Breite sich vom Einspannquerschnitt A zum Haken

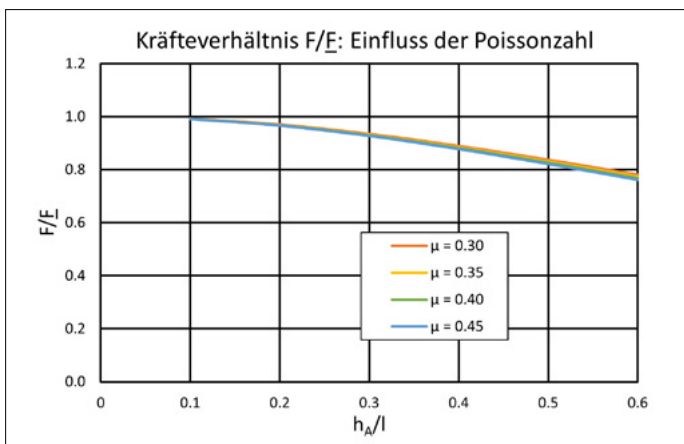


Abb. 2: Einfluss der Poissonzahl auf das Kräfteverhältnis F/\underline{F} in Funktion des Verhältnisses h_A/l .

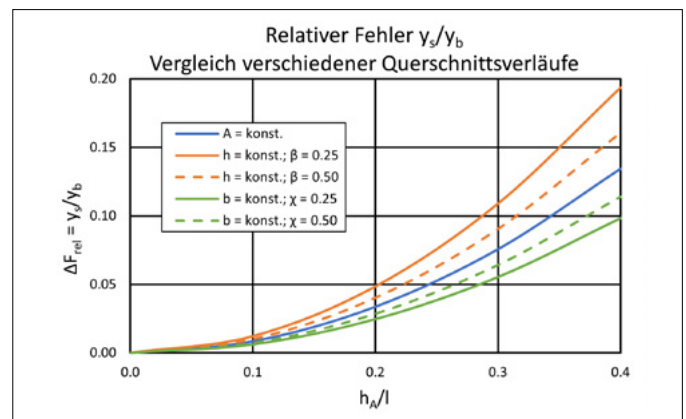


Abb. 4: Vergleich von Balken mit unterschiedlich verlaufenden Rechteckquerschnitten: Relativer Fehler bei Vernachlässigung des Schubeinflusses in Funktion des Verhältnisses h_A/l .

hin (Querschnitt B) linear verjüngt (Abb. 3), gilt

$$b(x) = b_A \cdot \left[1 - \frac{1}{l} \cdot \left(1 - \frac{b_B}{b_A} \right) \cdot x \right] = b_A \cdot \left[1 - \frac{1}{l} \cdot (1 - \beta) \cdot x \right] \quad (7)$$

mit dem Breitenverhältnis $\beta = b_B/b_A$ als Geometrieparameter. Die analytische Berechnung der Auslenkkraft gemäss (3) ergibt

$$F = f \cdot \frac{E \cdot I_A}{l^3} \cdot \left[\frac{1 - 4 \cdot \beta + \beta^2 \cdot (3 - 2 \cdot \ln \beta)}{2 \cdot (1 - \beta)^3} + \frac{2 \cdot \kappa \cdot (1 + \mu) \cdot \left(\frac{l_A}{l} \right)^2 \cdot \frac{\ln \beta}{\beta - 1}}{2 \cdot \kappa \cdot (1 + \mu) \cdot \left(\frac{l_A}{l} \right)^2 \cdot \frac{\ln \beta}{\beta - 1}} \right]^{-1} \quad (8)$$

Bei einem Rechteckquerschnitt mit $i_A^2 = h_A^2/12$ liegt der relative Fehler bei Nichtbeachtung des Schubeinflusses für beispielsweise $h_A/l = 0,3$ in der Grössenordnung von rund 10%, wobei sich das Breitenverhältnis nicht stark auswirkt. Dies bedeutet, dass die Schnapphakenkräfte effektiv etwa 10% geringer sind als bei ignoriertem Schubeinfluss (Abb. 4), oder anders ausgedrückt, dass ein lösbar gestalteter Schnapphaken entsprechend weniger hält als berechnet.

Linear verjüngte Querschnittshöhe

Analoges gilt für Schnapparme mit linearer Verjüngung der Querschnittshöhe zwischen A und B, jedoch konstanter Breite $b = b_A = konst.$ (Abb. 5). Die Höhe h folgt dann der Funktion

$$h(x) = h_A \cdot \left[1 - \frac{1}{l} \cdot \left(1 - \frac{h_B}{h_A} \right) \cdot x \right] = h_A \cdot \left[1 - \frac{1}{l} \cdot (1 - \chi) \cdot x \right] \quad (9)$$

worin das Höhenverhältnis $\chi = h_B/h_A$ der charakteristische Geometrieparameter ist. Für die Auslenkkraft erhält man entsprechend (3) die Beziehung

$$F = f \cdot \frac{E \cdot I_A}{l^3} \cdot \left[\frac{4 \cdot \chi - \chi^2 - 2 \cdot \ln \chi - 3}{2 \cdot (1 - \chi)^3} + \frac{2 \cdot \kappa \cdot (1 + \mu) \cdot \left(\frac{l_A}{l} \right)^2 \cdot \frac{\ln \chi}{1 - \chi}}{2 \cdot \kappa \cdot (1 + \mu) \cdot \left(\frac{l_A}{l} \right)^2 \cdot \frac{\ln \chi}{1 - \chi}} \right]^{-1} \quad (10)$$

Bei linearer Verjüngung der Querschnittshöhe fällt der Schubeinfluss etwas geringer aus als bei entsprechender Verjüngung der Breite. Während nämlich im letzteren Fall Biege- und Schubsteifigkeit gleichermaßen linear von x abhängen, gilt dies bei linearer Höhenabnahme nur für die Schubsteifigkeit, die Biegesteifigkeit aber hängt in der dritten Potenz von x ab. Dies

wirkt sich entsprechend auf die Anteile von Biege- und Schubverformung aus und damit auch auf die Auslenkkraft F . So trägt beim Schnapparm mit Rechteckquerschnitt der relative Fehler bei Vernachlässigung des Schubeinflusses für h_A/l noch rund 6% (Abb. 4).

Anwendungsbeispiele

Die Anwendung der hier dargestellten Theorie auf das Beispiel eines Schnapphakens mit linear abnehmender Querschnittshöhe illustriert ihre praktische Tauglichkeit. Mit der gegebenen Geometrie (Abb. 6) ist $h_A/l = 2,0/6,0 = 0,33$ und $\chi = h_B/h_A = 1,3/2,0 = 0,65$. Beziehung (10) liefert dann mit den Werkstoffdaten $E = 1500 \text{ N/mm}^2$ und $\mu = 0,4$ eine Auslenkkraft von $F = 30,0 \text{ N}$. Bei Nichtbeachtung des Schubeinflusses entsprechend Gleichung (4) erhält man dagegen $F = 32,5 \text{ N}$. Der relative Fehler nach (6) beträgt somit $\Delta F_{\text{rel}} = (|F - F|)/F = 0,0841 \approx 8,4\%$. Die Vergleichsrechnung mit einem linear-elastischen FEM-Modell hat $F = 29,7 \text{ N}$ ohne und $F = 30,1 \text{ N}$ mit der Option «Large Displacement» (grosse Verformungen) ergeben. Dabei wurde der Lastangriff zwecks Vergleichbarkeit mit dem theoretischen Rechenmodell in die horizontale Schwerachse des Querschnitts B gelegt. Diese Vergleichsrechnung zeigt eine beachtliche Übereinstimmung der Ergebnisse des analytisch-theoretischen Rechenmodells und der FEM-Simulation. Es kann daher angenommen werden, dass sich bei anderen Anwendungsbeispielen ähnlich treffliche Resultate ergeben.

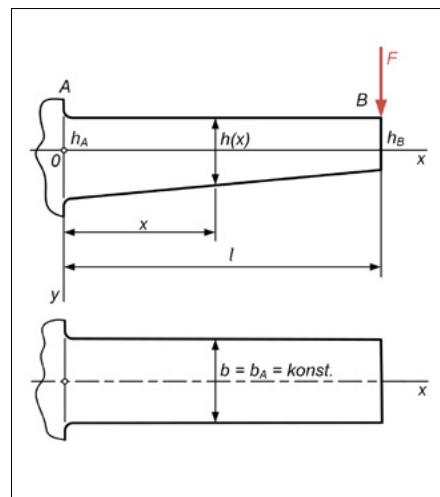


Abb. 5: Balken mit konstanter Breite und linear abnehmender Höhe.

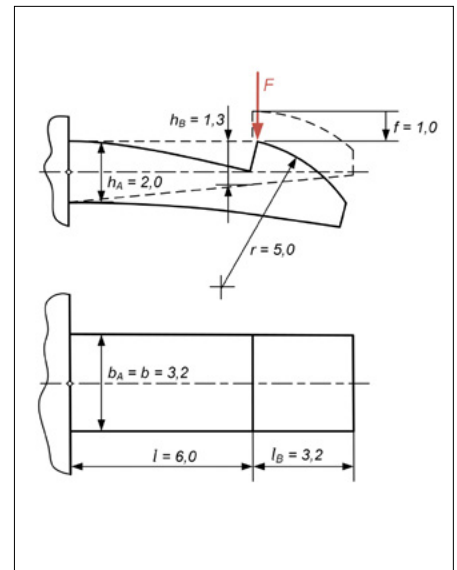


Abb. 6: Schnapparm mit linear abnehmender Höhe und konstanter Breite (Anwendungsbeispiel).

Wird der Lastangriff bei der FEM-Rechnung auf die Spitze des Hakens verschoben, was im analytischen Modell nicht abgebildet werden kann, so ergibt sich für die Auslenkkraft $F = 28,4 \text{ N}$ ohne und $F = 25,0 \text{ N}$ mit «Large Displacement». Dieses Ergebnis kann mit der Tatsache erklärt werden, dass durch die Neigung des Schnapparms der Lastangriffspunkt am Haken leicht nach aussen verschoben wird, so dass für den vorgegebenen Federweg eine geringere Auslenkkraft ausreicht. Wenn anstelle der Höhe des Querschnitts dessen Breite mit $\beta = b_B/b_A = 2,08/3,2 = 0,65$ linear abnehmend verläuft, erhöht sich bei sonst gleichen Geometriedaten und Elastizitätskennwerten die Auslenkkraft auf $F = 36,5 \text{ N}$ mit bzw. $F = 40,3 \text{ N}$ ohne Schubeinfluss. Das ergibt einen relativen Fehler von $\Delta F_{\text{rel}} = (|F - F|)/F = 0,104 \approx 10,4\%$, der erwartungsgemäss grösser ist als bei linearer Höhenverjüngung.

Fazit

Die Berücksichtigung der Schubverformung bei der rechnerischen Auslegung von Schnapphaken führt insbesondere bei relativ kurzen Schnapparmen, wie sie bei platzsparender Bauteilgestaltung nicht unüblich sind, zu deutlich besseren bzw. wirklichkeitsnäheren Kraftgrössen für die Auslenkung und damit auch für das Fügen und das Lösen. Ohne Einbezug der Schubverformung werden diese Kräfte überschätzt. Das bedeutet, dass ein lösbar gestalteter Schnapphaken

nicht so viel Achsialbelastung halten bzw. bei einer geringeren Achsialbelastung gelöst werden kann, als dies die auf Biegung allein basierende Berechnung erwarten lässt.

Der Einbezug des Schubeinflusses bei der analytischen Berechnung von Schnapphaken ermöglicht auch den direkten Vergleich mit den Resultaten von FEM-numerischen-Simulationen. Bei diesen wird bekanntlich unter Querkraftbiegung die Gesamtverformung berechnet, worin der Schubeinfluss – unabhängig von den Abmessungsverhältnissen – stets enthalten ist. Das Bewusstsein dieser Tatsache vor dem Hintergrund der hier dargelegten Theorie vermag die Interpretation von Simulationsergebnissen wesentlich zu verbessern.

Diese Gründe sprechen dafür, die Schubverformung in Berechnungstools für die Schnapphakenauslegung standardmässig einzubauen. Dies zumindest für rechteckige und andere für Schnapphaken geeignete Querschnitte, soweit deren Schubverteilungszahl bekannt ist. Damit entfällt auch der jeweilige Ermessentscheid, ob bei den gegebenen Proportionen der Schubeinfluss vernachlässigt werden kann oder berücksichtigt werden soll.

Dank

Der Autor dankt Elia Jenni, BSc FHO am IWK, für die FEM-Vergleichsrechnung.

Literatur

- [1] Kunz, J.: Schnapphakenkräfte mit neuem Ansatz genauer berechnen. Kunststoffe – Synthetics 47(2000)11, S. 35–38
- [2] Kunz, J.: Schnappverbindungen berechnen. Kunststoffe 90(2000)12, S. 56
- [3] Erhard, G.: Konstruieren mit Kunststoffen. 4. Aufl., Hanser Verlag München 2008
- [4] Ehrenstein, G. W. (Hrsg.): Handbuch Kunststoff-Verbindungstechnik. Hanser Verlag München 2004
- [5] Potente, H.: Fügen von Kunststoffen. Hanser Verlag München 2004
- [6] Föppl, A.: Vorlesungen über Technische Mechanik, Band 3: Festigkeitslehre. 1. Aufl., B.G. Teubner Verlag Leipzig u. Berlin 1897
- [7] Wagner, W., Erlhof, G.: Praktische Baustatik, Teil 2. 13. Aufl. B.G. Teubner Stuttgart 1983
- [8] Neuber, H.: Technische Mechanik. Zweiter Teil: Elastostatik und Festigkeitslehre. Springer Verlag Berlin 1971
- [9] Kunz, J.: Einfluss der Schubverformung auf die Füge- und die Lösekraft von Schnapphaken. Institutsinterne, unveröffentlichte Notizen, 2024

Kontakt

IWK Institut für Werkstofftechnik und Kunststoffverarbeitung
 Rapperswil an der OST Ostschweizer Fachhochschule
 Eichwiesstrasse 18b
 CH-8645 Rapperswil-Jona
 johannes.kunz@ost.ch
 www.ost.ch/iwk



Besuchen Sie uns
Halle B1
Stand B1-1111



15.-19.
Oktober
2024

GRAVICOLOR 310/610

Flexibler und zuverlässiger
Granulat dosieren



ZERO LOSS
www.motan-group.com